

کاربردپذیری توابع توزیع احتمال در مدل‌های زمان گرمایی جهت مدل‌سازی پاسخ جوانه‌زنی کلزای بهاره به دما

ابوالفضل درخشان^۱، عبدالمهدی بخشنده^{۲*}، سید عطا... سیادت^۳، محمدرضا مرادی تلاوت^۴ و بهرام اندرزبان^۵
۱، ۲، ۳ و ۴. دانشجوی دکتری، استادان و استادیار گروه زراعت دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی رامین خوزستان
۵. مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی استان خوزستان
(تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۲۱ - تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۱۵)

چکیده

مدل‌های مبتنی بر مفهوم زمان گرمایی ابزار سودمندی برای پیش‌بینی جوانه‌زنی بذر در رابطه با زمان و دما هستند. در این آزمایش که در سال ۱۳۹۵ در دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی رامین انجام شد، مدل جوانه‌زنی-گرمایی بر مبنای هفت تابع توزیع احتمال (لجستیک، ویبول، گامبل، لوگ‌لجستیک، نرمال معکوس، لوگ‌نرمال و گاما) توسعه یافت و دوره‌های زمانی جوانه‌زنی پیش‌بینی‌شده توسط این مدل‌ها برای دو رقم کلزای بهاره (RGS003 و ساری گل) با خروجی‌های مدل جوانه‌زنی-گرمایی نرمال مقایسه شد. آزمون جوانه‌زنی برای هر رقم در ۱۱ دمای ثابت ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵ و ۳۶ درجه سلسیوس انجام شد. نتایج نشان داد، مدل زمان گرمایی لوگ نرمال برآزش بهتری به دوره‌های زمانی جوانه‌زنی هر دو رقم RGS003 (AICc = -1173) و ساری گل (AICc = -1180) داشت. بر پایه خروجی‌های این مدل، دمای پایه برای جوانه‌زنی رقم‌های RGS003 و ساری گل به ترتیب ۵/۸۵ و ۵/۶۰ درجه سلسیوس برآورد شد. زمان گرمایی زیر حد بهینه برای آغاز جوانه‌زنی رقم‌های RGS003 و ساری گل به ترتیب ۱۱۸/۴۰ و ۱۲۰/۰۰ درجه سلسیوس ساعت و زمان گرمایی مورد نیاز برای تکمیل جوانه‌زنی این رقم‌ها در دماهای بیشتر از حد بهینه به ترتیب ۲۹/۰۷ و ۳۱/۴۷ درجه سلسیوس ساعت پیش‌بینی شد. هر دو رقم کلزا در دمای فراتر از ۳۳/۱۷ درجه سلسیوس بازدارندگی گرمایی جوانه‌زنی نشان دادند. ضریب‌های برآورد شده در این آزمایش می‌توانند در مدل‌های شبیه‌سازی جوانه‌زنی دیگر رقم‌های کلزا نیز استفاده شوند.

واژه‌های کلیدی: بازدارندگی گرمایی، توزیع لوگ‌نرمال، دماهای مهم، کلزای بهاره، مدل جوانه‌زنی-گرمایی.

Comparison of probability distribution functions in thermal-time models for modeling of spring oilseed rape germination to temperature

Abolfazl Derakhshan¹, Abdolmehdi Bakhshandeh^{2*}, Seyed Ata-alah Siadat³, Mohammad-Reza Moradi-Telavat⁴ and Bahram Andarzian⁵

1, 2, 3 and 4. Ph.D. student, Professors and Assistant Professor Department of Agronomy Ramin Agriculture and Natural Resources University

(Received: May 10, 2016 - Accepted: December 5, 2016)

ABSTRACT

The models based on thermal-time concept are useful tools for predicting germination in relation to time and temperature. In this study, conducted in 2016 at Ramin Agriculture and Natural Resources University, thermal-germination model was developed based on seven probability distribution function (Logistic, Weibull, Gumbel, Loglogistic, Inverse-Normal, Log-Normal and Gamma) and predicted germination time courses by these models for two spring oilseed rape cultivars (RGS003, Sarigol) were compared with the Normal thermal-germination outputs. Germination test were conducted at eleven constant temperature regimes of 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 33, 34, 35 and 36 °C. Results indicated that the Log-Normal thermal-germination model gave best fit to germination time courses of both cvs. RGS003 (AICc=-1173) and Sarigol (AICc=-1180). Based on the outputs of this model, base temperature for germination of cvs. RGS003 and Sarigol were estimated to be 5.85 and 5.60 °C, respectively. The suboptimal thermal-time to initiate germination were predicted as 118.40 °C h in cv. RGS003 and 120.00 °C h in cv. Sarigol, While thermal-time required to complete germination at supra-optimal temperatures were estimated to be 29.07 °C h in cv. RGS003 and 31.47 °C h in cv. Sarigol. Also, both oilseed rape cultivars showed thermoinhibition beyond averaged temperature of 33.17 °C. Estimated parameters in this study can be used in crop simulation models.

Keywords: Thermoinhibition; Log-normal distribution; Cardinal temperatures; Thermal-germination model, Spring rape.

* Corresponding author E-mail: arash.mamedi@ut.ac.ir

مقدمه

دما ی از جمله مهم‌ترین عامل‌های محیطی مؤثر بر جوانه‌زنی بذر است. دماهای کمینه یا پایه (T_b)، بهینه یا مطلوب (T_o) و بیشینه یا سقف (T_c) به‌عنوان دماهای مهم (کاردینال) گستره‌ای از این عامل محیطی را تعریف می‌کنند که در آن جوانه‌زنی بذر یک‌گونه معین رخ می‌دهد. بذرها در دماهای کمتر از T_b یا بیشتر از T_c قادر به جوانه‌زنی نیستند، درحالی‌که سرعت و درصد جوانه‌زنی در T_o در بیشینه میزان است (Soltani *et al.*, 2006).

مدل‌های جوانه‌زنی-گرمایی به‌منظور کمی‌سازی تأثیر دما بر دوره‌های زمانی جوانه‌زنی و برآورد آستانه‌های گرمایی پاسخ جوانه‌زنی توسعه یافته‌اند (Covell *et al.*, 1986; Ellis *et al.*, 1986; Bradford, 2002). در این مدل‌ها فرض می‌شود که سرعت جوانه‌زنی (GR) برای هر کسر (Fraction) بذری معین g از جمعیت بذری با افزایش دما از T_b تا T_o به‌طور خطی افزایش و با افزایش بیشتر دما تا T_c به‌طور خطی کاهش می‌یابد (Bradford, 2002). در دماهای زیر حد بهینه، تنوع زمان جوانه‌زنی برای هر کسر g پیامدی از تنوع مقادیر زمان گرمایی مورد نیاز برای جوانه‌زنی آن کسر ($\theta_{T(g)}$) است، درحالی‌که T_b برای کل جمعیت بذری ثابت در نظر گرفته می‌شود (Covell *et al.*, 1986; Ellis *et al.*, 1986). در دماهای بیشتر از حد بهینه، تنوع GR_g در میان کسرهای بذری پیامدی از تنوع T_c درون آن جمعیت بذری ($T_{c(g)}$) است، درحالی‌که زمان گرمایی مورد نیاز برای جوانه‌زنی همه بذرها (θ_{T_c}) ثابت فرض می‌شود (Ellis *et al.*, 1986). در دماهای زیر حد بهینه $\theta_{T(g)}$ با رابطه ۱ محاسبه می‌شود:

$$\theta_{T(g)} = (T - T_b) t_g \quad (1)$$

از آنجا که GR_g به‌عنوان عکس زمان جوانه‌زنی کسر g جمعیت بذری (t_g) تعریف می‌شود، رابطه ۱ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$GR_g = 1/t_g = (T - T_b) / \theta_{T(g)} \quad (2)$$

در دماهای بیشتر از حد بهینه θ_{T_c} با استفاده از رابطه ۳ محاسبه می‌شود:

$$\theta_{T_c} = (T_{c(g)} - T) t_g \quad (3)$$

یا

$$GR_g = 1/t_g = (T_{c(g)} - T) / \theta_{T_c} \quad (4)$$

برای هر کسر جوانه‌زنی، GR_g را می‌توان با استفاده از دو خط راست توصیف کرد. شیب این دو خط معادل $\theta_{T(g)}$ و θ_{T_c} است و نقطه تقاطع آن‌ها به‌عنوان T_o تعریف می‌شود. همچنین، دو نقطه‌ای که در آن GR_g برابر صفر می‌شود به ترتیب به‌عنوان T_b کل جمعیت بذری و T_c کسر جوانه‌زنی معین g جمعیت بذری ($T_{c(g)}$) تعریف می‌شوند (Covell *et al.*, 1986; Ellis *et al.*, 1986). این مدل به‌طور گسترده برای مقایسه زمان جوانه‌زنی گونه‌های مختلف یا برای یک‌گونه در زیستگاه‌ها و شرایط آب و هوایی

مختلف (Alvarado & Bradford, 2002)، کمی سازی کمون بذر (Chantre *et al.*, 2009) و تعیین تأثیر پیش تیمارهای بذر یا تیمارهای پرایمینگ (Hardegree & Van Vactor, 2000) استفاده شده است.

درک بهتری از الگوهای جوانه زنی بذر در غربال رقم ها و گیاهان زراعی از نظر دامنه تحمل به دماهای پایین و بالا و همچنین برای شناسایی مناطق جغرافیایی که در آن یک گونه یا نژادگان (ژنوتیپ) قادر به جوانه زنی و استقرار گیاهچه موفقیت آمیزی است، سودمند است. Andreucci *et al.* (2016) آستانه دماهای مهم یعنی کمینه، بهینه و بیشینه (T_c و T_o ، T_b) رقم های زمستانه علوفه ای کلزا را با مقایسه چند مدل خطی و غیرخطی به ترتیب بین ۳-۴، ۲۹-۳۳ و ۳۸ درجه سلسیوس برآورد کردند. Soltani *et al.* (2014) نیز با استفاده از مدل هیدروترمال تایم، دماهای مهم کلزای خودرو (Volunteer canola) را در پاسخ به دما و خشکی برآورد کردند. باین حال، اطلاعات دقیقی در مورد دماهای مهم و زمان گرمایی مورد نیاز برای جوانه زنی بذر رقم های بهاره کلزا موجود نیست.

نوع $\theta_{T(g)}$ یا $T_{c(g)}$ درون جمعیت بذری به طور معمول با کاربرد توزیع احتمال نرمال توصیف می شود (Covell *et al.*, 1986; Ellis *et al.*, 1986; Alvarado & Bradford, 2002). باین وجود، کاربرد دیگر توابع توزیع احتمال بسته به نوع رفتار جوانه زنی بذر گونه ها (Watt *et al.*, 2010; Mesgaran *et al.*, 2013; Derakhshan *et al.*, 2016) ممکن است منجر به توصیف مناسب تر دوره های زمانی جوانه زنی در این مدل ها شود. در این آزمایش، مدل جوانه زنی-گرمایی بر مبنای هفت تابع توزیع احتمال توسعه یافت و دوره های زمانی جوانه زنی پیش بینی شده توسط این مدل ها برای دو رقم کلزای بهاره با پیش بینی های مدل جوانه زنی-گرمایی مرسوم (مبتنی بر توزیع احتمال نرمال) مقایسه شد.

مواد و روش ها

این آزمایش در سال ۱۳۹۵ در آزمایشگاه تکنولوژی بذر دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی رامین خوزستان اجرا شد. در این بررسی پاسخ جوانه زنی بذر دو رقم کلزای بهاره (RGS003 و ساری گل) به دما ارزیابی شد. هر دو رقم RGS003 و ساری گل از نوع آزاد گرده افشان هستند. بذر این دو رقم کلزا در فروردین ماه سال ۱۳۹۵ از یک آزمایش مقایسه رقم در مزرعه پژوهشی دانشگاه کشاورزی و منابع طبیعی رامین خوزستان گردآوری شد. آزمون جوانه زنی در دماهای ثابت ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۲۸، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵ و $36 (\pm 0.2)$ درجه سلسیوس انجام شد. این رژیم های دمایی هم دامنه دمایی زیر حد بهینه و هم دامنه دمایی بیشتر از حد بهینه برای جوانه زنی رقم های کلزا را پوشش داد. برای هر رقم، آزمون جوانه زنی در قالب طرح کامل تصادفی با چهار تکرار اجرا شد. سطح بذرها پیش از اجرای آزمایش با محلول ۰/۵ درصد سدیم هیپوکلریت به مدت ۱۵ ثانیه ضد عفونی و آنگاه با آب مقطر شستشو داده شد. در هر تکرار، ۱۰۰ بذر روی کاغذ صافی واتمن شماره ۱ در ظرف پتری پلاستیکی ۹ سانتی متری قرار

داده شد و سپس کاغذهای صافی با ۷ میلی‌لیتر آب مقطر مرطوب شدند. برای کاهش هدررفت آب از طریق تبخیر، ظرف‌های پتری با پارافیلیم پوشانده شدند و افزودن آب به ظرف‌های پتری در صورت نیاز انجام شد. به‌منظور هم‌دمایی آب مقطر با دمای اتاق رشد (انکوباتور)، آب مقطر ۲۴ ساعت پیش از آغاز آزمایش در اتاقک رشد قرار داده شد. بذرهایی که ریشه‌چه آن‌ها به‌اندازه ۲ میلی‌متر یا بیشتر خارج شده بود، جوانه‌زده در نظر گرفته شدند. شمار بذره‌های جوانه‌زده روزانه ۴ یا ۵ مرتبه به مدت ۲۱ روز شمارش شد. کل آزمایش سه مرتبه تکرار شد و میانگین داده‌های جوانه‌زنی هر رقم در هر دما در هر ساعت معین شمارش شمار بذره‌های جوانه‌زده برای تجزیه آماری استفاده شد.

درصد جوانه‌زنی تجمعی برای هر رقم و رژیم دمایی در هر ساعت محاسبه شد. سپس، زمان صرف‌شده برای رسیدن جوانه‌زنی تجمعی به زیر جمعیت‌های ۱۰، ۵۰ و ۹۰ درصد از بیشینه جوانه‌زنی در هر رژیم دمایی با درون‌یابی از منحنی پیشرفت این فرآیند در برابر زمان محاسبه شد (Soltani *et al.*, 2006). سرعت جوانه‌زنی (GR_g ؛ عکس زمان جوانه‌زنی برای هر کسر بذری معین g) به‌عنوان تابعی از دما به‌طور جداگانه برای هر رقم و کسر جوانه‌زنی ترسیم شد و داده‌ها برای اجرای رویه‌های رگرسیون غیرخطی توسط بازرسی چشمی به دو گروه دماهای زیر حد بهینه و بیشتر از حد بهینه تقسیم شدند (Covell *et al.*, 1986; Hardegree, 2006). جوانه‌زنی بذرها درون یک جمعیت بذری به دلیل تنوع پاسخ هر بذر به دما (یا تنوع سرعت جوانه‌زنی بذرها در یک دمای ثابت و کل دماهای مورد آزمون) از یک تابع توزیع تجمعی^۱ دو جمله‌ای^۲ پیروی می‌کند. از این‌رو، جوانه‌زنی مشاهده‌شده بر پایه تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال برحسب قضیه حد مرکزی (Central limit theorem) شبیه‌سازی شد (Chantre *et al.*, 2009). افزون بر تابع توزیع احتمال نرمال، مدل جوانه‌زنی-گرمایی بر مبنای هفت تابع توزیع احتمال دیگر توسعه یافت و در نهایت آستانه‌های پاسخ جوانه‌زنی رقم‌های کلزا به دما بر پایه پیش‌بینی‌های مدل دقیق‌تر کمی‌سازی شد. در زیر هر یک از این مدل‌های جوانه‌زنی-گرمایی به‌طور مختصر شرح داده شده‌اند.

مدل جوانه‌زنی-گرمایی نرمال: توزیع تجمعی وارونه (Inverse cumulative distribution; percentage point function;)

(ppf) برای پیش‌بینی $\theta_{T(g)}$ و تابع توزیع تجمعی (Cumulative distribution function; cdf) توزیع احتمال نرمال برای پیش‌بینی درصد جوانه‌زنی g در دماهای زیر حد بهینه به‌شرط زیر در مدل زمان‌گرمایی تعریف می‌شود:

$$\theta_{T(g)} = \theta_{T(50)} + \sigma_1 \cdot \text{probit}(G_{\max} \times g) \quad (5)$$

$$g = G_{\max} \left(\Phi \left[\frac{(T - T_b)_g - \theta_{T(50)}}{\sigma_1} \right] \right) \quad (6)$$

که در این رابطه‌ها $\theta_{T(50)}$ ، زمان‌گرمایی زیر حد بهینه برای جوانه‌زنی ۵۰ درصد از جمعیت بذری (میانگین، میانه یا مد توزیع

$\theta_{T(g)}$ ؛ σ_1 ، انحراف معیار توزیع نرمال (فراسنجه یا پارامتر نشان‌دهنده اندازه پراکنش توزیع $\theta_{T(g)}$ و G_{\max} ، بیشترین جوانه‌زنی

^۱ Cumulative distribution function

^۲ Binomial

پیش‌بینی شده با مدل هستند. $\text{probit}(g)$ تبدیل پروبیت یا توزیع تجمعی وارونه برای توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و خطای استاندارد یک و Φ ، تبدیل لاپلاس انتگرال یا تابع توزیع تجمعی برای توزیع نرمال استاندارد با میانگین صفر و خطای استاندارد یک است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (7)$$

در دماهای بیشتر از حد بهینه، ppf و cdf توزیع نرمال برای پیش‌بینی $T_{c(g)}$ و درصد جوانه‌زنی g در مدل جوانه‌زنی-گرمایی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T_{c(g)} = T_{c(50)} + \sigma_2 \cdot \text{probit}(G_{\max} - g) \quad (8)$$

$$g = G_{\max} - \left(\Phi \left[\frac{\left(\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) \right) - T_{c(50)} \right)}{\sigma_2} \right] \right) \quad (9)$$

که در این رابطه‌ها $T_{c(50)}$ ، دمای بیشینه برای مه‌ار ۵۰ درصدی جوانه‌زنی جمعیت بذری (میانگین، میانه یا مد توزیع $T_{c(g)}$ جمعیت بذری) و σ_2 ، انحراف معیار توزیع نرمال (فراسنجه نشان‌دهنده اندازه پراکنش توزیع $T_{c(g)}$) هستند.

مدل جوانه‌زنی-گرمایی لجستیک: در دماهای زیر حد بهینه، کاربردپذیری توزیع لجستیک در مدل زمان گرمایی به شرح

زیر ارزیابی شد:

$$\theta_{T(g)} = \theta_{T(50)} + \sigma_1 \cdot \ln \left(\frac{G_{\max} \times g}{1 - (G_{\max} \times g)} \right) \quad (10)$$

$$g = G_{\max} \left[1 + \exp \left(- \left(\frac{(T - T_b) \theta_{T(g)}}{\sigma_1} \right) \right) \right]^{-1} \quad (11)$$

در دماهای بیشتر از حد بهینه، توزیع لجستیک را می‌توان به شرح زیر در مدل زمان گرمایی به کار برد:

$$T_{c(g)} = T_{c(50)} + \sigma_2 \cdot \ln \left(\frac{G_{\max} \times g}{1 - (G_{\max} \times g)} \right) \quad (12)$$

$$g = G_{\max} - \left(1 + \exp \left(- \left(\frac{\left(\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) \right) - T_{c(50)} \right)}{\sigma_2} \right) \right) \right)^{-1} \quad (13)$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی ویبول: در دماهای زیر حد بهینه، ppf توزیع ویبول برای پیش‌بینی $\theta_{T(g)}$ و cdf این توزیع برای

پیش‌بینی درصد جوانه‌زنی g در مدل جوانه‌زنی-گرمایی به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$\theta_{T(g)} = \mu_1 + \sigma_1 \cdot [-\ln(1 - (G_{\max} \times g))]^{\lambda_1} \quad (14)$$

$$g = G_{\max} \left[1 - \left[\exp \left(- \left(\frac{(T - T_b) t_g - \mu_1}{\sigma_1} \right)^{\lambda_1} \right) \right] \right] \quad (15)$$

که در این رابطه‌ها μ_1 ، σ_1 و λ_1 به ترتیب فراسنجه‌های جایگاه^۱، پراکنش^۲ و شکل^۳ توزیع $\theta_{T(g)}$ در دماهای زیر حد بهینه هستند. فراسنجه پراکنش همسان فراسنجه انحراف معیار در توزیع نرمال است و همراه با فراسنجه شکل اندازه پراکنش $\theta_{T(g)}$ را برای این توزیع برآورد می‌کند. فراسنجه شکل چگونگی خمش منحنی را مشخص می‌کند و به توزیع شکل پذیری بالایی می‌دهد (Mesgaran *et al.*, 2013; Derakhshan *et al.*, 2016). در دماهای بیشتر از حد بهینه، pdf و cdf توزیع احتمال و بیبول برای پیش‌بینی $T_{c(g)}$ و درصد جوانه‌زنی g در مدل جوانه‌زنی-گرمایی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$T_{c(g)} = \mu_2 + \sigma_2 \cdot \left[-\ln(1 - (G_{\max} - g)) \right]^{\frac{1}{\lambda_2}} \quad (16)$$

$$g = G_{\max} - \left[1 - \left[\exp \left(- \left(\frac{\left(\left(\frac{(T - T_b) t_g}{\sigma_2} \right) - \mu_2}{\sigma_2} \right)^{\lambda_2} \right) \right) \right] \right] \quad (17)$$

که در این رابطه‌ها μ_2 ، σ_2 و λ_2 به ترتیب فراسنجه‌های جایگاه، پراکنش و شکل توزیع $T_{c(g)}$ در دماهای بیشتر از حد بهینه هستند.

مدل جوانه‌زنی-گرمایی گامبل: مدل زمان گرمایی مبتنی بر توزیع گامبل برای دماهای زیر حد بهینه به صورت زیر تعریف

می‌شود:

$$\theta_{T(g)} = \mu_1 + \sigma_1 \cdot \left[\ln \left(\ln \left(\frac{1}{G_{\max} - g} \right) \right) \right] \quad (18)$$

$$g = G_{\max} \left[\exp \left[- \exp \left(- \left(\frac{(T - T_b) t_g - \mu_1}{\sigma_1} \right) \right) \right] \right] \quad (19)$$

در دماهای بیشتر از حد بهینه، مدل جوانه‌زنی-گرمایی مبتنی بر این توزیع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{c(g)} = \mu_2 + \sigma_2 \cdot \left[\ln \left(\ln \left(\frac{1}{G_{\max} - g} \right) \right) \right] \quad (20)$$

$$g = G_{\max} - \left[\exp \left[- \exp \left(- \left(\frac{\left(\left(\frac{(T - T_b) t_g}{\sigma_2} \right) - \mu_2}{\sigma_2} \right)^{\lambda_2} \right) \right) \right] \right] \quad (21)$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی لوگ لجستیک: برای دماهای زیر حد بهینه، مدل زمان گرمایی لوگ لجستیک می‌شود:

$$\theta_{T(g)} = \mu_1 + \sigma_1 \cdot \left(\frac{G_{\max} - g}{1 - (G_{\max} - g)} \right)^{\frac{1}{\lambda_1}} \quad (22)$$

^۱ Location
^۲ Scale
^۳ Shape

$$g = G_{\max} \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma_1}{(T - T_b) t_g - \mu_1} \right)^{\lambda_1} \right)^{-1} \right] \tag{۲۳}$$

برای دماهای بیشتر از حد بهینه،

$$T_{c(g)} = \mu_2 + \sigma_2 \cdot \left(\frac{1}{1 - (G_{\max} - g)} \right)^{\frac{1}{\lambda_2}} \tag{۲۴}$$

$$g = G_{\max} - \left[\left(1 + \left(\frac{\sigma_2}{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 \right)} \right)^{\lambda_2} \right)^{-1} \right] \tag{۲۵}$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی نرمال معکوس: برای توزیع نرمال معکوس، pdf به فرم بسته و ساده‌ای وجود ندارد. با این حال،

مدل زمان گرمایی مبتنی بر cdf این توزیع برای دماهای زیر حد بهینه را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

$$g = G_{\max} \left[\Phi \left(\frac{\lambda_1}{\sqrt{(T - T_b) t_g - \mu_1}} \times \left(\frac{(T - T_b) t_g - \mu_1 - \sigma_1}{\sigma_1} \right) \right) + \exp \left(\frac{2\lambda_1}{\sigma_1} \right) \times \Phi \left(- \frac{\lambda_1}{\sqrt{(T - T_b) t_g - \mu_1}} \times \left(\frac{(T - T_b) t_g - \mu_1 - \sigma_1}{\sigma_1} \right) \right) \right] \tag{۲۶}$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی نرمال معکوس برای دماهای بیشتر از حد بهینه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g = G_{\max} - \left[\Phi \left(\frac{\lambda_2}{\sqrt{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 \right)}} \times \left(\frac{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 - \sigma_2 \right)}{\sigma_2} \right) \right) + \exp \left(\frac{2\lambda_2}{\sigma_2} \right) \times \Phi \left(- \frac{\lambda_2}{\sqrt{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 \right)}} \times \left(\frac{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 - \sigma_2 \right)}{\sigma_2} \right) \right) \right] \tag{۲۷}$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی لوگ نرمال: در دماهای زیر حد بهینه، توزیع لوگ نرمال را می‌توان به شرح زیر در مدل

زمان گرمایی به کار برد:

$$\theta_{T(g)} = \mu_1 + \exp(\sigma_1 + \lambda_1 \cdot \text{probit}(G_{\max} \times g)) \tag{۲۸}$$

$$g = G_{\max} \left[\Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{(T - T_b) t_g - \mu_1 - \sigma_1}{\lambda_1} \right)}{\lambda_1} \right) \right] \tag{۲۹}$$

برای دماهای بیشتر از حد بهینه،

$$T_{c(g)} = \mu_2 + \exp(\sigma_2 + \lambda_2 \cdot \text{probit}(G_{\max} - g)) \tag{۳۰}$$

$$g = G_{\max} - \left[\Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{\left(T + \left(\frac{\theta T_c}{g} \right) - \mu_2 - \sigma_2 \right)}{\lambda_2} \right)}{\lambda_2} \right) \right] \tag{۳۱}$$

مدل جوانه‌زنی-گرمایی گاما: در توزیع گاما، pdf و cdf را نمی‌توان در فرم بسته بیان کرد و به صورت عددی محاسبه

می‌شوند. برای دماهای زیر حد بهینه،

$$g = \frac{1}{\Gamma(\lambda_1)} \int_0^z z^{\lambda_1 - 1} e^{-z} dz \tag{۳۲}$$

که

$$Z = \frac{((T - T_b) + \frac{\sigma_1}{\xi}) - \mu_1}{\sigma_1} \quad (33)$$

برای دماهای بیشتر از حد بهینه،

$$\xi = \frac{1}{\Gamma(\lambda_2)} \int_0^z z^{\lambda_2-1} e^{-z} dz \quad (34)$$

که

$$Z = \frac{\left(\left(T + \left(\frac{\sigma_2}{\xi} \right) \right) - \mu_2 \right)}{\sigma_2} \quad (35)$$

که در این رابطه‌ها Γ تابع گاما است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} t^{\lambda-1} \exp(-t) dt \quad (36)$$

برازش مدل‌های جوانه‌زنی-گرمایی به داده‌های تجمعی دو رقم کلزا با استفاده از نرم‌افزار SAS و با رویه PROC NL MIXED و به روش بهینه‌سازی پیش‌فرض Dual Quasi-Newton در این نرم‌افزار انجام شد. برای ارزیابی برازش مدل‌ها از شاخص ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و برای انتخاب بهترین تابع توزیع از شاخص آکائیک (AICc) استفاده شد (Burnham & Anderson, 2002).

$$AICc = n \cdot \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2k + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (36)$$

که RSS جمع مربعات باقی‌مانده؛ n ، شمار نمونه و k ، شمار فراسنجه‌های مدل مورد نظر است. بهترین مدل در مقایسه

مدل‌ها، مدلی است که کمترین میزان AICc محاسبه شده را داشته باشد.

نتایج و بحث

برازش مدل‌های زمان‌گرمایی مبتنی بر توزیع‌های آماری مختلف به جوانه‌زنی تجمعی رقم RGS003 در پاسخ به دماهای ثابت گوناگون در شکل ۱ و برآورد فراسنجه‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. مقادیر AICc نشان داد، میان توزیع‌های آماری از نظر دقت پیش‌بینی دوره‌های زمانی جوانه‌زنی تفاوت زیادی وجود داشت (جدول ۱). مدل زمان‌گرمایی لوگ‌نرمال (AICc = -1173) و پس از آن مدل‌های مبتنی بر توزیع‌های نرمال معکوس (AICc = -1171) و ویبول (AICc = -1170) بهترین برازش را به داده‌های پیشرفت جوانه‌زنی رقم RGS003 در برابر زمان داشتند. مدل زمان‌گرمایی گاما (AICc = -970) نیز نسبت به دیگر مدل‌ها دقت کمتری در پیش‌بینی جوانه‌زنی این رقم داشت (جدول ۱؛ شکل ۱).

